

不同变位模式刚性挡土墙的动被动土压力

彭润民¹, 纪秋林²

(1.重庆中环建设有限公司, 重庆 401120; 2.重庆第二市政工程有限责任公司, 重庆 400013)

摘 要: 基于 Mononobe-Okabe 假定, 通过对滑动土体中水平薄层单元的分析, 建立了墙体平动 (T) 模式、墙体绕基础转动 (RB) 模式和墙体绕墙顶转动 (RT) 模式下的被动土压力的一阶微分方程, 给出了土压力强度、土压力合力、土压力作用点的理论计算公式, 并将该理论计算公式与库仑理论结果进行了比较。结果表明: 土压力强度分布呈曲线分布, 合力作用点到墙底的距离依 (RB) 模式、(T) 模式和 (RT) 模式次序增大。

关 键 词: 变位模式; 挡土墙; 被动土压力; 地震系数

中图分类号: TU 476.4

文献标识码: A

Dynamic passive earth pressure on retaining wall under various modes of movement

PENG Run-min¹, JI Qiu-lin²

(1.Chongqing Zhonghuan Construction Co., Ltd., Chongqing 401120, China; 2.Chongqing Municipal Engineering Co., Ltd. II, Chongqing 400013, China)

Abstract: Based on Mononobe-Okabe's postulation, the first-order differential equation for passive earth pressure on the retaining wall was set up for the translation (T) mode, movement modes of rotation around base (RB) and rotation around top (RT) by analyzing slice elements extracted from sliding soil wedge; and the formulas for calculating of the unit earth pressure, the resultant earth pressure and the action point of resultant pressure were given. The comparison between calculated results by the present formulas and Coulomb's theory shows that the unit earth pressure is nonlinearly distributed; and that the distance from the action point of resultant pressure to the base of wall increases with the order of (RB) mode, (T) mode, and (RT) mode.

Key words: wall movement mode; retaining wall; passive earth pressure; earthquake coefficient

1 引 言

地震动土压力计算方法可分为 2 类, 第 1 类考虑墙-土相互作用和土体实际应力-应变性质, 如 Scott^[1]、Jain 和 Scott^[2]、Alampali 和 Elgamal^[3]、Siller^[4]、Veletsos 和 Younan^[5]、Richards Jr.^[6]等人的工作; 第 2 类假设墙与墙后填土的相对运动足够大, 土体应力-应变达到极限或破坏状态, 其典型的代表性成果是著名的 Mononobe-Okabe 地震土压力理论^[7-9]。虽然在地震期间墙-土系统的实际应力-应变特性要比 Mononobe-Okabe 理论假设复杂得多, 但 Mononobe-Okabe 地震土压力理论仍在实际工程中广泛采用。Whitman^[10]在归纳总结了地震土压力试验研究成果的基础上, 充分肯定了 Mononobe-Okabe 地震土压力理论的正确性。Mononobe-Okabe 的拟

静力法是静力条件下 Coulomb 土压力理论的推广。该法假定墙后填土均匀, 滑裂面为通过墙踵的平面, 而且地震力以惯性力的形式作用在滑楔的形心上。通过考虑作用于滑楔上的力平衡得到了动土压力的合力, 并认为动土压力呈线性分布, 且当墙后填土是无黏性土时合力作用点在距墙底 1/3 墙高处。模型试验证明了这样计算出来的合力大小是合理的, 但动土压力的分布形式和合力作用点与实际出入很大^[11-14], 其原因主要是由于该法仅考虑了力的平衡, 因而据此是不能确定土压力的分布形式和合力作用点位置的, 因此, 有学者根据试验或理论分析结果, 从实用出发建议了合力作用点的位置。文献 [15-16] 将计算静力条件下极限土压力的水平层分析法推广至地震荷载作用下的刚性挡土墙, 得出了与 Mononobe-Okabe 法相同的合力公式以及非线性

分布形式的动土压力。本文拟在 Mononobe-Okabe 的基础上, 引入水平层分析法来计算墙后的动土压力, 建立了墙体平动 (T) 模式、墙体绕基础转动 (RB) 和墙体绕墙顶转动 (RT) 模式下的动被动土压力沿墙高分布的理论公式, 并对不同墙体变位模式下的动被动土压力分布和合力作用点进行了分析。考虑到实际工程中刚性挡土墙一般不高, 暂忽略土体对地震的放大效应, 即认为地震系数沿高度不变。

2 RB 模式下的动被动土压力

设土体在挡土墙的作用下处于被动极限状态, 土体内沿墙背面及过墙基底与水平面夹角为 θ 的平面为破裂面, 墙体绕基础转动, 填土表面为水平, 墙壁为垂直, 坡顶作用有一均布压力 q_0 , 如图1所示。在破裂面内即滑动的土体距表面深度为 y 处取一水平薄层单元, 作用于单元的力有单元顶面和底面的平均垂直压力 q 和 $q+dq$, 单元顶面和底面的剪切力 τ 和 $\tau+d\tau$, 挡土墙的水平反力 p_1 , 挡土墙背与填土的摩擦力 τ_1 , 稳定土体对于单元的垂直压力 p_2 和摩擦力 τ_2 , 以及水平和竖向惯性体积力的合力为 $f_H dV$ 、 $f_V dV$, 如图2所示。

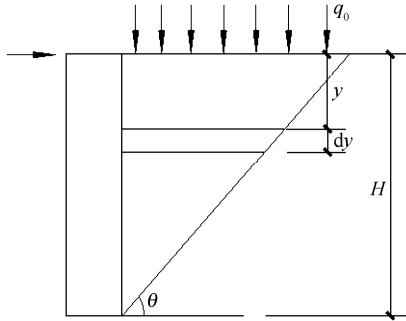


图1 挡土墙与破坏面位置图

Fig.1 Retaining wall and sliding surface

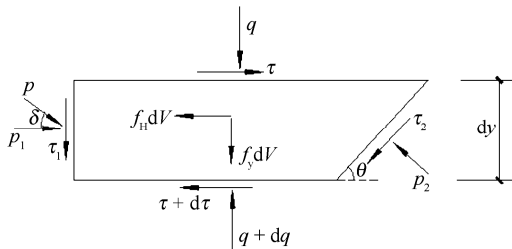


图2 RB模式下水平层单元受力模型

Fig.2 Stress model for horizontal layer element under RB mode

作用在填土上的水平向和竖向惯性体积力分别为

$$\left. \begin{aligned} f_H &= k_h \gamma \\ f_V &= (1 - k_v) \gamma \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

作用于挡土墙上的水平土压力为

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= p \cos \delta \\ \tau_1 &= p \sin \delta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

由作用于单元土体上的水平方向力的平衡条件得

$$\begin{aligned} p_1 dy - \tau_2 \frac{dy}{\sin \theta} \cos \theta - p_2 \frac{dy}{\sin \theta} \sin \theta + \\ \tau(H-y) \cot \theta - (\tau + d\tau)(H-y-dy) \cot \theta - f_H dV = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

由作用于单元土体上的垂直方向力的平衡条件得

$$\begin{aligned} \tau_1 dy + q(H-y) \cot \theta - (q + dq)(H-y-dy) \cot \theta - \\ p_2 \frac{dy}{\sin \theta} \cos \theta + \tau_2 \frac{dy}{\sin \theta} \sin \theta + f_V dV = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\tau_2 = p_2 \tan \phi, \quad \tau_1 = p_1 \tan \phi, \quad \tau = q \tan \phi$$

$$dV = (H-y) \tan \theta dz, \quad p_1 = Kq \quad (5)$$

式中: ϕ 为土体内摩擦角; δ 为土体与墙背的摩擦角; ϕ 为墙体绕基础转动时土层间的等效摩擦角, ϕ 应比土体的内摩擦角 ϕ 小; γ 为土体重度; K 为土的侧压力系数。

整理式 (1) ~ (5), 并略去高阶微量, 得

$$\frac{dq}{dy} + \frac{q}{H-y} \frac{B}{A} = -\frac{C}{A} \quad (6)$$

式中: $A = \tan \theta [1 - \tan(\theta + \phi)K]$; $B = -K \tan \delta + \tan(\theta + \phi) \tan \phi$; $C = f_V \tan \theta - \tan(\theta + \phi) f_H \tan \theta$ 。

方程 (6) 满足边界条件 $y=0$ 时 $q=q_0$, 求解得

$$q = \frac{-BH^{1-\frac{B}{A}}}{(A-B)(H-y)^{\frac{B}{A}}} + \frac{C(H-y)}{A-B} + \frac{q_0 H^{\frac{B}{A}}}{(H-y)^{\frac{B}{A}}} \quad (7)$$

由式 (5), 作用于挡土墙上的土压力为

$$\begin{aligned} p &= \frac{p_1}{\cos \delta} = \frac{Kq}{\cos \delta} = \\ &= \frac{K}{\cos \delta} \left[\frac{-BH^{1-\frac{B}{A}}}{(A-B)(H-y)^{\frac{B}{A}}} + \frac{C(H-y)}{A-B} + \frac{q_0 H^{\frac{B}{A}}}{(H-y)^{\frac{B}{A}}} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

简化为

$$p = A_1(H-y)^{\frac{B}{A}} + B_1(H-y) \quad (9)$$

式中: $A_1 = \frac{K}{\cos \delta} \left[\frac{-BH^{1-\frac{B}{A}}}{(A-B)} + q_0 H^{\frac{B}{A}} \right]$; $B_1 =$

$$\frac{K}{\cos \delta} \frac{C}{A-B}。$$

由积分式 (9) 得被动土压力的合力为

$$E_B = \int_0^H p dy = \frac{AA_1}{A+B} H^{1+\frac{B}{A}} + \frac{1}{2} B_1 H^2 \quad (10)$$

根据土压力对墙底的力矩:

$$M = \int_0^H (H-y) p \cos \delta dy = \cos \delta \left(\frac{AA_1}{2A+B} H^{2+\frac{B}{A}} + \frac{1}{3} B_1 H^3 \right) \quad (11)$$

得到合力作用点到墙底的高度为

$$h = \frac{M}{p \cos \delta} = \frac{\frac{6AA_1}{2A+B} H^{1+\frac{B}{A}} + 2B_1 H^2}{\frac{6AA_1}{A+B} H^{\frac{B}{A}} + 3B_1 H} = \frac{\frac{6AA_1}{2A+B} H^{\frac{B}{A}} + 2B_1 H}{\frac{6AA_1}{A+B} H^{\frac{B}{A}-1} + 3B_1} \quad (12)$$

对式 (10) 关于 θ 求导, 并令 $\partial E_B / \partial \theta = 0$, 可得使该式取最大值时的破裂角 θ_{crB} , 将它代入该式, 即为 RB 模式下的动被动土压力 E_B 。

3 RT 模式下的动被动土压力

RT 模式下土体的受力状态与 RB 模式下的受力状态基本相同, 是土层间的水平剪力的作用方向与 RB 模式下的方向相反, 如图 3 所示。图中 f_H 、 f_V 的定义与 RB 模式相同。

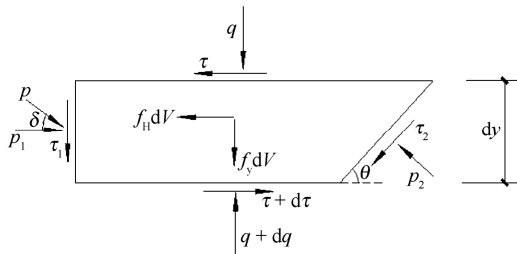


图3 RT模式下水平层单元受力模型

Fig.3 Stress model for horizontal layer element under RT mode

由作用于单元土体上的水平方向力的平衡条件得

$$p_1 dy - \tau_2 \frac{dy}{\sin \theta} \cos \theta - p_2 \frac{dy}{\sin \theta} \sin \theta - \tau(H-y) \cot \theta + (\tau + d\tau)(H-y-dy) \cot \theta - f_H dV = 0 \quad (13)$$

垂直方向力的平衡条件与 RB 模式下垂直方向力的平衡条件一样, 即方程 (4)。

$$\tau_2 = p_2 \tan \phi, \quad \tau_1 = p_1 \tan \phi, \quad \tau = q \tan \phi$$

$$dV = (H-y) \tan \theta dz, \quad p_1 = Kq \quad (14)$$

整理式 (13)、(14)、(4) 并略去高阶微量, 得

$$\frac{dq}{dy} + \frac{q}{H-y} \frac{B}{A} = -\frac{C}{A} \quad (15)$$

式中: $A = \tan \theta (1 + \tan(\theta + \phi) K)$; $B = K \tan \delta + \tan(\theta + \phi) \tan \phi$; $C = f_V \tan \theta - \tan(\theta + \phi) f_H \tan \theta$ 。

方程 (15) 满足边界条件 $y=0$ 时, $q=q_0$, 求解得

$$q = \frac{-BH^{1-\frac{B}{A}}}{(A-B)(H-y)^{-\frac{B}{A}}} + \frac{C(H-y)}{A-B} + \frac{q_0 H^{-\frac{B}{A}}}{(H-y)^{-\frac{B}{A}}} \quad (16)$$

由式 (14), 作用于挡土墙上的土压力为

$$p = \frac{p_1}{\cos \delta} = \frac{Kq}{\cos \delta} = \frac{K}{\cos \delta} \left[\frac{-BH^{1-\frac{B}{A}}}{(A-B)(H-y)^{-\frac{B}{A}}} + \frac{C(H-y)}{A-B} + \frac{q_0 H^{-\frac{B}{A}}}{(H-y)^{-\frac{B}{A}}} \right] \quad (17)$$

简化为

$$p = A_1 (H-y)^{\frac{B}{A}} + B_1 (H-y) \quad (18)$$

$$\text{式中: } A_1 = \frac{K}{\cos \delta} \left[\frac{-BH^{1-\frac{B}{A}}}{(A-B)} + q_0 H^{-\frac{B}{A}} \right]; \quad B_1 = \frac{K}{\cos \delta} \frac{C}{A-B}。$$

由积分式 (18) 得被动土压力的合力为

$$E_{RT} = \int_0^H p dy = \frac{AA_1}{A+B} H^{1+\frac{B}{A}} + \frac{1}{2} B_1 H^2 \quad (19)$$

根据土压力对墙底的力矩:

$$M = \int_0^H (H-y) p \cos \delta dy = \cos \delta \left(\frac{AA_1}{2A+B} H^{2+\frac{B}{A}} + \frac{1}{3} B_1 H^3 \right) \quad (20)$$

得到合力作用点到墙底的高度:

$$h = \frac{M}{p \cos \delta} = \frac{\frac{6AA_1}{2A+B} H^{1+\frac{B}{A}} + 2B_1 H^2}{\frac{6AA_1}{A+B} H^{\frac{B}{A}} + 3B_1 H} = \frac{\frac{6AA_1}{2A+B} H^{\frac{B}{A}} + 2B_1 H}{\frac{6AA_1}{A+B} H^{\frac{B}{A}-1} + 3B_1} \quad (21)$$

对式 (19) 关于 θ 求导, 并令 $\partial E_{RT} / \partial \theta = 0$ 可得使该式取最大值时的破裂角 θ_{crRT} , 将它代入该式, 即为 RT 模式下的动被动土压力 E_{RT} 。

4 T 模式下的动被动土压力

T 模式下土体的受力状态与 RB 模式下的受力

状态不同，土层间无水平剪力的作用，如图4所示。图中 f_H 、 f_V 的定义与RB模式相同。

由作用于单元土体上的水平方向力的平衡条件，得

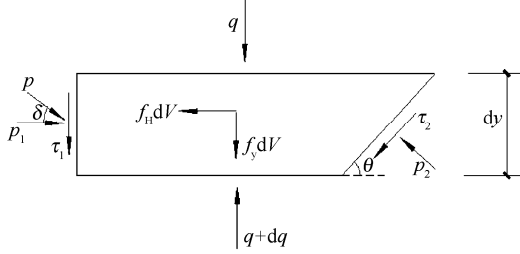


图4 T模式下水平层单元受力模型

Fig.4 Stress model for horizontal layer element under T mode

$$p_1 dy - \tau_2 \frac{dy}{\sin \theta} \cos \theta - p_2 \frac{dy}{\sin \theta} \sin \theta - f_H dV = 0 \quad (22)$$

由作用于单元土体上的垂直方向力的平衡条件，得

$$\tau_1 dy + q(H-y) \cot \theta - (q+dq)(H-y-dy) \cot \theta - p_2 \frac{dy}{\sin \theta} \cos \theta + \tau_2 \frac{dy}{\sin \theta} \sin \theta + f_V dV = 0 \quad (23)$$

由力矩平衡条件，可得

$$\tau_1 + f_V \frac{(H-y) \tan \theta}{2} - \frac{dq}{dz} \frac{(H-y) \tan \theta}{2} + q \tan \theta = 0 \quad (24)$$

$$\tau_2 = p_2 \tan \varphi, \tau_1 = p_1 \tan \varphi, dV = (H-y) \tan \theta dz \quad (25)$$

整理式(22)~(25)并略去高阶微量，得

$$p_1 = \frac{1}{\tan \delta} \frac{dq}{dy} \frac{(H-y) \tan \theta}{2} - f_V \frac{(H-y) \tan \theta}{2} \frac{1}{\tan \delta} - q \frac{\tan \theta}{\tan \delta} \quad (26)$$

$$A \frac{dq}{dy} - B \frac{q}{H-y} = C \quad (27)$$

$$\text{式中: } A = \frac{\tan \theta}{2} \left(\frac{1}{\tan \delta} + \frac{1}{\tan(\theta - \varphi)} \right); \quad B = \frac{\tan \theta}{\tan \delta};$$

$$C = f_V \frac{\tan \theta}{2} \left[\frac{1}{\tan \delta} + \frac{1}{\tan(\theta - \varphi)} \right] + f_H \tan \theta.$$

方程(27)满足边界条件 $y=0$ 时， $q=q_0$ ，求解得

$$q = \frac{BH^{1+\frac{B}{A}}}{(A+B)(H-y)^{\frac{B}{A}}} - \frac{C(H-y)}{A+B} + \frac{q_0 H^{\frac{B}{A}}}{(H-y)^{\frac{B}{A}}} \quad (28)$$

由式(26)，作用于挡土墙上的土压力为

$$p = \frac{1}{\cos \delta} \left[\frac{1}{\tan \delta} \left(\frac{B}{A} \frac{q}{H-y} - \frac{C}{A} \right) \frac{(H-y) \tan \theta}{2} - f_V \frac{(H-y) \tan \theta}{2} \right] + \frac{1}{\tan \delta} - \frac{\tan \theta}{\tan \delta} \left(\frac{BH^{1+\frac{B}{A}}}{(A+B)(H-y)^{\frac{B}{A}}} - \frac{C(H-y)}{A+B} + \frac{q_0 H^{\frac{B}{A}}}{(H-y)^{\frac{B}{A}}} \right) \quad (29)$$

简化为

$$p = \frac{A_1}{(H-y)^{\frac{B}{A}}} + B_1(H-y) + C_1 \quad (30)$$

$$\text{式中: } A_1 = \frac{1}{\cos \delta} \frac{\tan \theta}{\tan \delta} \left(\frac{BH^{1+\frac{B}{A}}}{(A+B)} + q_0 H^{\frac{B}{A}} \right); \quad B_1 = \frac{1}{\cos \delta} \left[-\frac{1}{\tan \delta} \frac{C}{A} \frac{\tan \theta}{2} - f_V \frac{\tan \theta}{2} \frac{1}{\tan \delta} + \frac{\tan \theta}{\tan \delta} \frac{C}{A+B} \right]; \quad C_1 = \frac{1}{\cos \delta} \frac{1}{\tan \delta} \frac{q}{A} \frac{B \tan \theta}{2}.$$

被动土压力的合力为

$$E_T = \int_0^H p dy = \frac{AA_1}{A-B} H^{1-\frac{B}{A}} + \frac{1}{2} B_1 H^2 + C_1 H \quad (31)$$

根据土压力得墙底的力矩：

$$M = \int_0^H (H-y) p \cos \delta dy = \cos \delta \left[\frac{AA_1}{2A-B} H^{2-\frac{B}{A}} + \frac{1}{3} B_1 H^3 + \frac{1}{2} C_1 H^2 \right] \quad (32)$$

得到合力作用点到墙底的高度为

$$h = \frac{M}{p \cos \delta} = \frac{\frac{6AA_1}{2A-B} H^{1-\frac{B}{A}} + 2B_1 H^2 + 3C_1 H}{\frac{6AA_1}{A-B} H^{-\frac{B}{A}} + 3B_1 H + 6C_1} \quad (33)$$

对式(31)关于 θ 求导，并令 $\partial E_T / \partial \theta = 0$ ，可得使该式取最大值时的破裂角 θ_{cr} ，将它代入该式即为T模式下的动被动土压力 E_T 。

5 各种模式下被动土压力的比较

5.1 动被动土压力的非线性分布

取墙高 $H=10$ m，土体 $\gamma=18$ kN/m³， $\varphi=30^\circ$ ，墙与土体的摩擦角 $\delta=15^\circ$ ， $k_v=0$ ， $k_h=0.1$ ， $q_0=0$ 时，按RB模式、T模式、RT模式和库仑土压力理论进行计算，动被动土压力分布计算结果如图5所示。可以看出：土压力分布为非线性分布的，墙体绕墙顶转动或平移时，土压力呈凹曲线分布，而绕基础转动时，土压力呈凸曲线分布的。

5.2 动主动土压力合力作用点的位置

以某无地面超载的挡土墙为例，探讨 k_h 对动被

动土压力合力作用点高度 y 的影响。墙高 $H=10\text{ m}$ ，土体 $\gamma=18\text{ kN/m}^3$ ， $\varphi=30^\circ$ ，墙与土体的摩擦角 $\delta=15^\circ$ ，不同变位模式动被动土压力合力作用点高度 y 计算结果如图6所示。

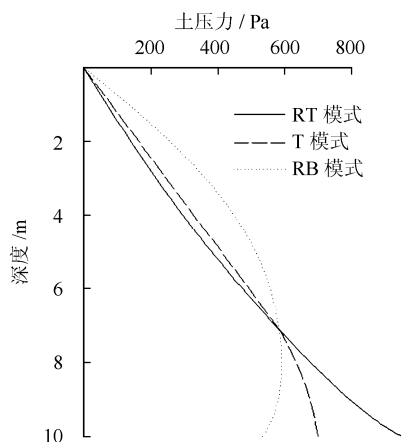


图5 各种模式下动土压力强度分布

Fig.5 Distribution of dynamic passive earth pressure under various modes of movement

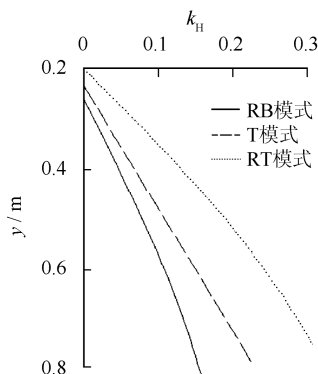


图6 各种模式下动被动土压力合力作用点高度

Fig.6 Height of application points of the resultant earth pressure under various modes of movement

6 结 语

以Mononobe-Okabe假定为前提，利用水平层分析法推导了刚性挡土墙体平动（T）模式、墙体绕基础转动（RB）和墙体绕墙顶转动（RT）模式下的地震被动土压力分布、合力及其作用点位置的解。土压力强度沿墙高一般呈非线性分布，并显著地受地震系数的影响。RT模式的合力作用点位置低于T模式的合力作用点位置，T模式的合力作用点位置低于库仑土压力理论的合力作用点位置，RB模式的合力作用点位置高于T模式的合力作用点位置。

参 考 文 献

[1] SCOTT R F. Induced-induced pressure on retaining walls[C]//Proc. of 5th World Engineering Conf. on Earthquake Engineering. Tokyo: [s. n.], 1973: 1 611—1

620.

- [2] JAIN S K, SCOTT R F. Seismic analysis of cantilever retaining walls[C]//10th Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology. California: Bechtel Western Power Company, 1989: 241—246.
- [3] ALAMPALLI S, ELGAMAL A W. Retaining wall: computation of seismically induced deformations[C]//Proc. 2nd Int. Conf. on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics. Missouri: University of Missouri-Rolla, 1991: 635—642.
- [4] SILLER T J, CHRISTIANO P P, BIELAK J. Seismic response of tied-back retaining walls[J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 1991, 20(7): 605—620.
- [5] VELETSOS A S, YOUNAN A H. Dynamic modeling and response of soil-wall system[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1994, 120 (12): 2155—2179.
- [6] RICHARDS JR R, HUANG C, FISHMAN K L. Seismic earth pressure on retaining structures[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1999, 125(9): 771—778.
- [7] MONONOBÉ N. Considerations into earthquake vibrations and vibration theories[J]. **Journal of the Japan Society of Civil Engineers**, 1924, 10(5): 1 063—1 094.
- [8] MONONOBÉ N, MATSUO H. On the determination of earthquake pressure during earthquake[C]//Proc. of World Engineering Congress. Tokyo: [s. n.], 1929: 177—185.
- [9] OKABE S. General theory on earthquake pressure and seismic stability of retaining wall and dam[J]. **Journal of the Japan Society of Civil Engineers**, 1924, 10(5): 1277—1323.
- [10] WHITMAN R V. Seismic design of earth retaining structures [C]//Proc. 2nd Int. Conf. on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics. Missouri: University of Missouri-Rolla, 1991: 1767—1778.
- [11] ISHIBASHI I, FANG Y S. Dynamic earth pressures with different wall movement modes[J]. **Soils and Foundations**, 1987, 27(4): 11—22.
- [12] RICHARDS R, HUANG C, FISHMAN K L. Seismic earth pressure on retaining structures[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1999, 125(9): 771—778.
- [13] WU G X, FIN W L. Seismic lateral pressures for design of rigid walls[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1999, 36: 509—522.
- [14] 吴世明. 土动力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000.
- [15] 刘惠珊, 张在明. 地震区的场地与地基基础[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1994.
- [16] 刘忠玉, 杨会朋, 何盛东. 刚性挡土墙地震主动土压力的非线性分布[J]. 郑州大学学报(工学版), 2004, 25(2): 36—38.